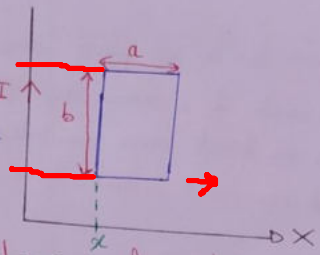
Exercice I :

Exercice I :

(A) • un cadre plan comportant N spires
. chacune de surface S est
placé devant un fil rectiligne
traversé par $I = I_0 . \sin \omega t$



1) calcule le courant induit dans le cadre

On a $\phi = \iint B.ds$

On a $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} = \frac{\mu_0}{2\pi x} I_0 \sin \omega t$

• Donc le flux traversant le cadre est

$$\phi = \int_x^{x+a}\int_0^b B \, dx\, dy = \int_x^{x+a} \frac{\mu_0 I b}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} . \left[\ln x\right]_x^{x+a} \Leftrightarrow \phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

pour N spires :

$$\phi = N . \frac{\mu_0 . I . b}{2\pi} . \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) \quad \text{avec } I = I_0 . \sin \omega t$$

• la f.e.m induite dans le cadre est :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[N \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) \sin(\omega t)\right]$$

$$e = -N . \frac{\mu_0 . I_0 . b . \omega}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) . \cos \omega t$$

alors $i_1 = \frac{e}{R}$

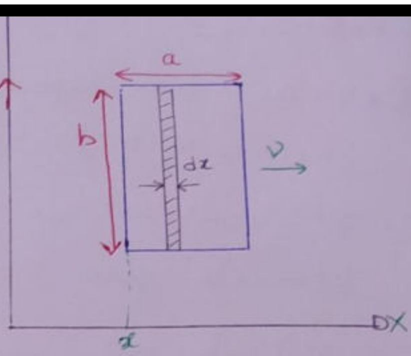
Donc

$$\boxed{i_1 = -N \frac{\mu_0 I_0 b . \omega}{2\pi R} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) . \cos \omega t}$$

③

• le même cadre est placé devant un courant I, mais se déplaçant vers la droite avec une vitesse v

2) le courant induit dans le cadre ??



On a $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$; $dS = b.dx$

Remarque : $dS = dx.dy$, mais comme l'induction B varie seulement x, on pose $dS = b.dx$

• Le flux traversant le cadre est :

$$\phi = N \iint B.dS = N \int \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b.dx = N.\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x}$$

$$\phi = N.\frac{\mu_0 I.b}{2\pi}.\ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

• la f.e.m est donné par

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dx}.\frac{dx}{dt} = -v.\frac{d\phi}{dx}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = N.\frac{\mu_0 I b}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right) = -N.\frac{\mu_0 I b a}{2\pi x(x+a)}$$

$$\left[\; e = -v\frac{d\phi}{dx} = N.\frac{\mu_0 I.b.a\,v}{2\pi x(x+a)} \;\right]$$

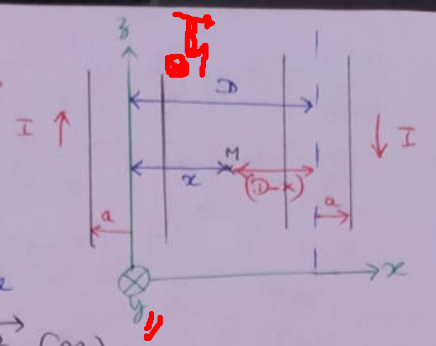
Donc $i_2 = \dfrac{e}{R}$

$$\boxed{i_2 = N.\frac{\mu_0 I.b.a.v}{2\pi x(x+a).R}}$$

Exercice II :

exercice2(II)

1) $\vec{B}(M)$ entre les 2 cylindres ?



• Au point M on a un champ créé par le 1er cylindre et un champ créé par le 2ème cylindre

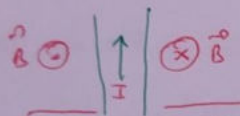
Donc $\vec{B}(M) = \vec{B_1}(M) + \vec{B_2}(M)$

Où $\vec{B_1}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot \vec{e_y}$

"On sait que le fil infini crée un champ circulaire".

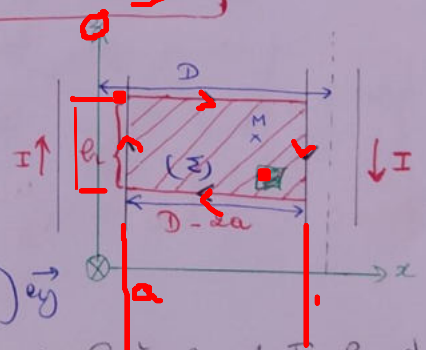
De même $\vec{B_2}(M) = \frac{\mu_0(-I)}{2\pi(D-x)}(-\vec{e_y})$

Rappel



Alors $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x}\right)\vec{e_y}$

2) calcule le flux Φ



On appelle la surface (Σ)

On sait que $\Phi = \iint_{(\Sigma)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$

On a $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x}\right)\vec{e_y}$

$d\vec{S} = dS . \vec{n} = dx . dz . \vec{e_y}$ (règle de Tir Bouchon)

$\Phi = \int_a^{D-a}\int_0^h \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x}\right) . dx . dz$

$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\int_a^{D-a} \frac{1}{x} dx + \int_a^{D-a} \frac{1}{D-x} dx\right) . h$

(D-a) car l'axe (Oz) est confondue avec l'axe du 1er cylindre

$$\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot h \left[\left[\ln(x) \right]_a^{D-a} + \left[-\ln(D-x) \right]_a^{D-a} \right]$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I h}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{D-a}{a}\right) - \left(\ln(a) - \ln(D-a)\right) \right]$$

$$= \frac{\mu_0 I \cdot h}{2\pi} \cdot \left[\ln\left(\frac{D-a}{a}\right) + \ln\left(\frac{D-a}{a}\right) \right]$$

$$\boxed{\Phi = \frac{\mu_0 I \cdot h}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right)}$$

3) En deduit l'inductance propre par unité de longueur L_u

On a inductance propre $L = \frac{\phi}{I}$

On suppose que la ligne bifilaire est un seul circuit

ϕ : flux propre qui traverse cette ligne bifilaire

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\frac{\mu_0 I \cdot h}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right)}{I}$$

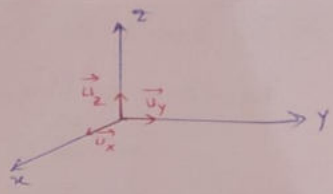
$$L_u = \frac{L}{h} = \frac{\frac{\mu_0 \cdot h}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right)}{h}$$

Donc $$\boxed{L_u = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right) \quad [H/m]}$$

Exercice III :

1 - Calculer la divergence de $\vec{E}$:

On a $\vec{E} = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z$



. avec :

$E_x = 0$; $E_y = 0$; $E_z = E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}$

. $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = div \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} =$

$$= \frac{\partial 0}{\partial x} + \frac{\partial 0}{\partial y} + \frac{\partial E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}}{\partial z}$$

or $E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}$ ne depend pas de z

Donc $\frac{\partial E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}}{\partial z} = 0$

Alors $div \vec{E} = 0 + 0 + 0 = 0$ $\quad \boxed{div \vec{E} = 0}$

cohérent avec l'équation de Maxwell - Gauss, avec une densité de charge $\rho = 0$ (milieu : vide)

• calculer le rotationnel de $\vec{E}$:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{rot}\, \vec{E} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}}{\partial y} - \frac{\partial 0}{\partial z} \\ \frac{\partial 0}{\partial z} - \frac{\partial E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}}{\partial x} \\ \frac{\partial 0}{\partial x} - \frac{\partial 0}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}}{\partial x} = -\beta E_0 e^{(\alpha t - \beta x)} \quad . = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta E_0 e^{(\alpha t - \beta x)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\vec{rot}\, \vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta E_0 e^{(\alpha t - \beta x)} \\ 0 \end{pmatrix}}$$

On déduit les composantes du champ $\vec{B}$ qui l'accompagne :

Equation de Maxwell - Faraday : $\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta E_0 e^{(\alpha t - \beta x)} \\ 0 \end{pmatrix}$

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \begin{cases} -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{cases} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)} \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \cdot\ -\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \\ \cdot\ -\frac{\partial B_y}{\partial t} = E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)} \\ \cdot\ -\frac{\partial B_z}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

$$-\frac{\partial B_y}{\partial t} = E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)} \qquad -\partial B_y = E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}\,\partial t$$

$$\int (-\partial B_y) = \int E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}\,\partial t$$

Propriété : Si u est une fonction dérivable alors une primitive de $u'(x)e^{u(x)}$ est $e^{u(x)}$

Donc :

$$\int -\partial B_y = \int E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}\,\partial t \Leftrightarrow -B_y = \frac{1}{\alpha} E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)} + C_{tes} \qquad C_{tes} = 0$$

On suppose qu'il n'y a pas de champ magnétique $\vec{B}$ (respectivement $\vec{E}$ le champ électrique) à l'origine des temps ni à l'origine de l'espace)

Donc $\boxed{B_y = -\frac{1}{\alpha} E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}}$

alors :

$$\vec{B} = B_x \vec{U_x} + B_y \vec{U_y} + B_z \vec{U_z}$$

$$\vec{B} = 0\,\vec{U_x} - \frac{1}{\alpha} E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)} \vec{U_y} + 0\,\vec{U_z}$$

3. En évalue div $\vec{B}$ et rot $\vec{B}$:

• $\vec{\nabla}.\vec{B} = \text{div}\,\vec{B} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}$

$= \frac{\partial 0}{\partial x} + \frac{\partial\left(-\frac{1}{\alpha} E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}\right)}{\partial y} + \frac{\partial 0}{\partial z} = 0$

on a $\frac{\partial\left(-\frac{1}{\alpha} E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}\right)}{\partial y} = 0$ car n'est pas fonction de y.

alors $\boxed{\text{div}\,\vec{B} = 0}$

• $\vec{rot}\,\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \frac{\partial 0}{\partial y} - \frac{\partial\left(-\frac{1}{\alpha} E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}\right)}{\partial z} \\ \frac{\partial 0}{\partial z} - \frac{\partial 0}{\partial x} \\ \frac{\partial\left(-\frac{1}{\alpha} E_0 \beta e^{(\alpha t - \beta x)}\right)}{\partial x} - \frac{\partial 0}{\partial y} \end{pmatrix}$

$\boxed{\vec{rot}\,\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\beta^2}{\alpha} E_0\, e^{(\alpha t - \beta x)} \end{pmatrix}}$

4) la relation qui doit satisfaire α et β pour que satisfaites les équations de Maxwell :

on a $\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$: (M-A)

$\vec{rot}\,\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\beta^2}{\alpha} E_0 e^{(\alpha t - \beta x)} \end{pmatrix} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix}$

$\frac{\beta^2}{\alpha} E_0\, e^{(\alpha t - \beta x)} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \frac{\partial\left(E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}\right)}{\partial t}$

$= \mu_0 \cdot \varepsilon_0\, \alpha\, E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}$

Donc : $\frac{\beta^2}{\alpha} \cancel{E_0}\, \cancel{e^{(\alpha t - \beta x)}} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \alpha\, \cancel{E_0}\, \cancel{e^{(\alpha t - \beta x)}}$

$\frac{\beta^2}{\alpha} = \mu_0\, \varepsilon_0 \cdot \alpha \implies \beta^2 = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \alpha^2$

alors $\boxed{\beta^2 = \frac{1}{C^2} \cdot \alpha^2}$ avec $C^2 = \frac{1}{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}$

Exercice IV :

1 - on démontre que $\operatorname{div} \vec{A} = j\, \vec{k} \cdot \vec{A}$

On a $\vec{A}(r,t) = \vec{A_0}\, e^{j(\vec{k}\vec{r} - wt)}$

$\vec{A_0} = A_{ox}\vec{u_x} + A_{oy}\vec{u_y} + A_{oz}\vec{u_z}$: Amplitudes

$\vec{k} = k_x \vec{u_x} + k_y \vec{u_y} + k_z \vec{u_z}$: vecteur d'onde

$\vec{r} = x\vec{u_x} + y\vec{u_y} + z \cdot \vec{u_z}$: vecteur de position

$\vec{A}(r,t) = \vec{A_0}\, e^{j(\vec{k}\vec{r} - wt)}$

$= (A_{ox}\vec{u_x} + A_{oy}\vec{u_y} + A_{oz}\vec{u_z})\, e^{j((k_x\vec{u_x} + k_y \cdot \vec{u_y} + k_z \cdot \vec{u_z})(x\vec{u_x} + y \cdot \vec{u_y} + z\vec{u_z}) - wt)}$

or : $(k_x \cdot \vec{u_x} + k_y \cdot \vec{u_y} + k_z \cdot \vec{u_z})(x\vec{u_x} + y \cdot \vec{u_y} + z \cdot \vec{u_z})$

$= x \cdot k_x + y \cdot k_y + z \cdot k_z$

Car $\vec{u_x} \cdot \vec{u_x} = 1$; $\vec{u_y} \cdot \vec{u_y} = 1$; $\vec{u_z} \cdot \vec{u_z} = 1$

$\vec{u_x} \cdot \vec{u_y} = 0 = \vec{u_x} \cdot \vec{u_z} = \vec{u_y} \cdot \vec{u_z}$

Donc :

$\vec{A}(r,t) = (A_{ox}\vec{u_x} + A_{oy}\vec{u_y} + A_{oz}\vec{u_z})\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - wt)}$

$= \underbrace{A_{ox}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - wt)}}_{A_x} \vec{u_x} + \underbrace{A_{oy}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - wt)}}_{A_y} \vec{u_y} + \underbrace{A_{oz}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - wt)}}_{A_z} \vec{u_z}$

$$\boxed{\vec{A}(r,t) = A_x \cdot \vec{u_x} + A_y \cdot \vec{u_y} + A_z \cdot \vec{u_z}}$$

$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

$= \frac{\partial A_{ox}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - wt)}}{\partial x} + \frac{\partial A_{oy}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - wt)}}{\partial y}$

$+ \frac{\partial A_{oz}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - wt)}}{\partial z}$

$$\mathrm{div}\,\vec{A} = A_{0x}\, j k_x\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)} +$$
$$A_{0y}\, j k_y\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)} +$$
$$A_{0z}\, j k_z\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{A} = j k_x \cdot A_x + j k_y \cdot A_y + j k_z \cdot A_z$$
$$= j\,(k_x A_x + k_y A_y + k_z \cdot A_z) = j\,(\vec{k} \cdot \vec{A})$$

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{A} = j\,(\vec{k} \cdot \vec{A})}$$

On demontre que $\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = j\,\vec{k} \wedge \vec{A}$

$$\vec{A}(r,t) = \underbrace{A_{0x}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}_{A_x}\,\vec{U_x} + \underbrace{A_{0y}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}_{A_y}\,\vec{U_y}$$
$$+ \underbrace{A_{0z}\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}_{A_z}\,\vec{U_z}\,.$$

$$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial A_{0z} e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}{\partial y} - \frac{\partial A_{0y} e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}{\partial z} \\ \frac{\partial A_{0x} e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}{\partial z} - \frac{\partial A_{0z} e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}{\partial x} \\ \frac{\partial A_{0y} e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}{\partial x} - \frac{\partial A_{0x} e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}{\partial y} \end{pmatrix}$$

on a : $\dfrac{\partial A_{0z} e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)}}{\partial y} = A_{0z}\, j k_y\, e^{j(xk_x + yk_y + zk_z - \omega t)} = j k_y A_z$

Donc

$$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = \begin{pmatrix} jk_y A_z - jk_z A_y \\ jk_z A_x - jk_x A_z \\ jk_x A_y - jk_y A_x \end{pmatrix} = j \begin{pmatrix} k_y A_z - k_z A_y \\ k_z A_x - k_x A_z \\ k_x A_y - k_y A_x \end{pmatrix} = j\,\vec{k} \wedge \vec{A}$$

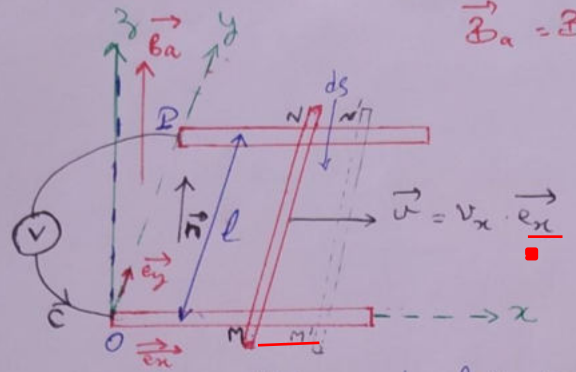
Donc $\boxed{\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = j\,\vec{k} \wedge \vec{A}}$

Exercice V :

Exe 3 IV

$\vec{B}_a = B_a \cos(\omega t)\, \vec{e}_z$

$R(O, x, y, z)$



- Barre conductrice MN se deplace sur les rails sans frottement.
- l : distance entre les 2 rails

1) calcule la f.e.m dans le circuit (OMNPO)

$$e(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} \quad \text{et} \quad \phi(t) = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot ds$$

On a le circuit mobile, Donc

$$e(t) = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} \cdot ds + \oint_C (\vec{v} \wedge \vec{B})\, d\vec{l}$$

(S) : est une surface quelconque qui s'appuie sur le contour.

$$\phi(t) = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n}\, ds \qquad \text{avec } \begin{cases} ds = dx \cdot dy \\ ds = l \cdot dx \end{cases}$$

$$= \iint_S B_a \cos(\omega t)\, \underbrace{\vec{e}_z \cdot \vec{e}_z}_{1} \cdot l \cdot dx$$

$$\phi(t) = B_a \cdot l \cdot \cos(\omega t) \cdot MM'$$

d'autre part $v = \frac{dx}{dt} = \frac{MM'}{t} \Rightarrow MM' = v \cdot t$

$$\phi(t) = B_a \cdot \cos(\omega t) \cdot l \cdot v \cdot t$$

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -\left(-\omega \cdot l \cdot v \cdot t \cdot B_a \sin(\omega t) + B_a \cos(\omega t)\, l \cdot v\right)$$

$$= B_a \cdot \omega \cdot l \cdot v \cdot t \sin(\omega t) - B_a \cos(\omega t) \cdot l \cdot v$$

$$e(t) = B_a \cdot l \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)\, MM' - B_a \cdot l \cdot v \cdot \cos(\omega t)$$

autre méthode :

$$e(t) = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n}\, ds + \oint_C (\vec{v} \wedge \vec{B})\, d\vec{l}$$

$$= -\iint \frac{\partial}{\partial t}(B_a \cdot \cos \omega t)\vec{e_z} \cdot \vec{e_z}\, ds$$

$$+ \oint (v \cdot \vec{e_x} \wedge B_a \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{e_z})\, dy \cdot \vec{e_y}$$

$$= + B_a \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \cdot l \cdot MM' + (-v \cdot B_a \cdot \cos \omega t \cdot l)$$

$\vec{e_x} \wedge \vec{e_z} = -\vec{e_y}$

$$e(t) = B_a \cdot l \cdot \omega \sin(\omega t) \cdot MM' - B_a \cdot l \cdot v \cdot \cos(\omega t)$$

2) f.e.m avec $\vec{B_a} = B_a \cdot \vec{e_z}$

champ magnétique uniforme et permanent

↳ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$

$B_a = 1\ T$; $v_x = 1\ m/s$; $l = 0,1\ m$

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -B_a \cdot l \cdot v$$

A.N $e = -1 \times 1 \times 0,1 = -0,1\ V$

3)